

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Դիֆերենցիալ հավասարումների ամբիոն

ԱՍԱՏՐՅԱՆ Հ. Ա., ԽԱԶԱՏՐՅԱՆ Ի. Գ.,  
ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ Մ. Ի., ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Տ. Ն.,  
ՏԵՓՈՅԱՆ Լ. Պ., ՔԱՄԱԼՅԱՆ Ա. Հ.

**ԿՈՒՐՍԱՅԻՆ ԵՎ ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ  
ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ ԹԵՄԱՆԵՐԻ  
ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ**

*«Դիֆերենցիալ հավասարումներ», «Մաթեմատիկական  
ֆիզիկայի հավասարումներ» և «Ֆունկցիոնալ անալիզ»  
առարկաներից*

ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ – 2008

ՀՏԴ 51  
ԳՄԴ 22.11  
Կ 995

Խմբագրումը՝ Ի. Գ. Խաչատրյանի

*ԱՄՍՏԸՅԱՆ Հ. Ա., ԽԱՉԱՏԸՅԱՆ Ի. Գ.,  
ԿԱՐԱՆԱՆՅԱՆ Մ. Ի., ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Տ. Ն.,  
ՏԵՓՈՅԱՆ Լ. Պ., ՔԱՄԱԼՅԱՆ Ա. Հ.*

Կ 995 Կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմաների ժողովածու «Դիֆերենցիալ հավասարումներ», «Մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումներ» և «Ֆունկցիոնալ անալիզ» առարկաներից: ԵՊՀ հրատ., 2008թ., 48 էջ:

Սույն ժողովածուն կազմված է ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ֆակուլտետի բակալավրատի ծրագրով նախատեսված երրորդ և չորրորդ կուրսերում ուսանողներին առաջադրվող կուրսային և ավարտական աշխատանքների շուրջ 80 թեմաներից:

Ժողովածուն պարունակում է թեմաների լայն ընտրանի, ինչն ուսանողին հնարավորություն է ընձեռում կուրսային կամ ավարտական աշխատանքի թեման ընտրել ըստ իր նախասիրությունների:

ԳՄԴ 22.11

ISBN 978-5-8084-0994-1

© ԵՊՀ հրատարակչություն, 2008 թ.  
© Հեղ. կոլեկտիվ, 2008 թ.

## ՆԱԽԱԲԱՆ

Ներկայացվող ժողովածուն կազմված է ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ֆակուլտետի բակալավրատի ծրագրով նախատեսված երրորդ և չորրորդ կուրսերում ուսանողներին առաջադրվող կուրսային և ավարտական աշխատանքների թեմաներից: Դրանք հիմնականում վերաբերում են «Դիֆերենցիալ հավասարումներ», «Մաթեմատիկական ֆիզիկայի հավասարումներ» և «Ֆունկցիոնալ անալիզ» առարկաներին՝ ընդգրկելով հետազոտական բնույթի բազմաթիվ խնդիրներ:

Թեմաներից յուրաքանչյուրը բավականաչափ ծավալուն է, որպեսզի այն ծառայի մասամբ որպես կուրսային աշխատանքի, իսկ ամբողջությամբ՝ ավարտական աշխատանքի հիմք: Որոշ թեմաներ կարող են հիմք հանդիսանալ մեկից ավելի ավարտական աշխատանքների համար:

Ընդհանուր մաթեմատիկական զարգացվածությունն ապահովելուց զատ, քիչ չեն նաև այն թեմաները, որտեղ ուսանողը կարող է հանդիպել այնպիսի խոչընդոտների, որոնց հաղթահարումը թույլ կտանրան ընդհուպ մոտենալ գիտական նոր արդյունքներ ստանալու շեմին:

Ժողովածուում ընդգրկված թեմաների լայն ընտրանին ուսանողին հնարավորություն է ընձեռում կուրսային կամ ավարտական աշխատանքի թեման ընտրել ըստ իր նախասիրությունների:

Յուրաքանչյուր թեմայի հետ մեկտեղ նշված է դրան առնչվող անհրաժեշտ գրականություն, որի ամբողջական ցանկը բերված է ժողովածուի վերջում:

Ներկայացված ժողովածուն, որպես ուսումնասօժանդակ ձեռնարկ, օգտակար է նաև պրոֆեսորադասախոսական կազմի համար: Այն կարող է հաջողությամբ գործածվել ոչ միայն Երևանի պետական համալսարանում, այլև հանրապետության և Արցախի այլ բարձրագույն ուսումնական հաստատություններում:

# I. Սովորական և մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումներ

## 1. Նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման գոյությունը

1. Էյլերի բեկյալների կառուցումը, դրանց հավասարաչափ սահմանափակությունը և հավասարաստիճան անընդհատությունը:
2. Պեանոյի թեորեմի ապացույցն Էյլերի բեկյալների մեթոդով:
3. Արցելայի թեորեմի որոշ հետևանքներ:
4. Պեանոյի թեորեմի ապացույցը Կոշու թեորեմի միջոցով:
5. Լուծման մաքսիմալ շարունակման գոյությունը:  
Գրականություն՝ [60], րև. II, § 1, և. 5, և. 71–73, և. 6, և. 75; [67], րև. I, § 2, և. 13–16, րև. II, § 2, § 3, և. 21–28:

## 2. Նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման միակությունը

1. Մաքսիմալ և մինիմալ լուծումներ:
2. Դիֆերենցիալ անհավասարություններ:
3. Վիստների թեորեմը:
4. Կամկեի միակության թեորեմը: Հետևանքներ (Նագումոյի և Օսգուտի միակության թեորեմները):
5. Վան Կամպենի միակության թեորեմը:
6. Եզակի լուծումներ:  $y' = f(y)$  հավասարման համար Կոշու խնդրի լուծման միակության անհրաժեշտ և բավարար պայմանը:  
Գրականություն՝ [51], րև. III, § 12, և. 48–52, րև. IV, § 29, և. 116–120; [60], րև. III, § 4, և. 1, և. 120–124; [67], րև. III, §§ 2–7, և. 38–52:

## 3. Անընդհատ աջ մասով նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման միակության խախտումը

1. Կնեզերի թեորեմը:
2. Կառուցել ածանցյալի նկատմամբ լուծված և անընդհատ աջ մասով դիֆերենցիալ հավասարման օրինակ, որի համար ցանկացած

սկզբնական պայմաններով Կոշու ինդիքն ունի մեկից ավելի թվով լուծումներ:

Գրականություն՝ [67], ԴՄ. I, § 2, § 3, Կ. 13–17, ԴՄ. II, § 4, § 5, Կ. 28–35:

#### *4. Դիֆերենցիալ հավասարման եզակի կետերի դասակարգումը*

1. Ածանցյալի նկատմամբ լուծված, կոտորակագծային աջ մասով առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարման եզակի կետերի դասակարգումը:
2. Հաստատուն գործակիցներով երկրորդ կարգի գծային համասեռ համակարգի լուծումների հետազոտումը:
3. Եզակի կետերի դասակարգումն ընդհանուր դեպքում:  
Գրականություն՝ [53], ԴՄ. 2, § 16, Կ. 115–127; [60], ԴՄ. II, § 2, Կ. 76–94; [64], ԴՄ. II, §§ 7–13, Կ. 44–101:

#### *5. Նորմալ համակարգերի կայունությունը*

1. Կայունությունն ըստ Լյապունովի, ասիմպտոտիկ կայունություն, օրինակներ:
2. Գծային հավասարումների համակարգի կայունության վերաբերյալ ընդհանուր պնդումներ:
3. Հաստատուն գործակիցներով գծային համասեռ համակարգի կայունությունը և ասիմպտոտիկ կայունությունը:
4. Պերոնի թեորեմը: Հետևանք (Լյապունովի թեորեմը):  
Գրականություն՝ [30], ԴՄ. II, §§ 1, 6–8 Կ. 64–69, 78–90; [35], ԴՄ. XIII, § 1, Կ. 343–350:

#### *6. Ֆրեդհոլմի ինտեգրալ հավասարումներ*

1. Սահմանափակ կորիզով ինտեգրալ հավասարումներ:
2. Քառակուսով ինտեգրելի կորիզով ինտեգրալ հավասարումներ:
3. Ռեգուլյար կետեր և եզակի կետեր:
4. Իտերացված կորիզներ: Ռեգուլվենտ:
5. Կամայական կորիզի մոտարկումը վերջավոր ռանգի կորիզներով:

6. Վերջավոր ռանգի կորիզներով ինտեգրալ հավասարումներ: Ֆրեդհոլմի ալտերնատիվը:
7. Տրված եզակի կետին համապատասխան օպերատորի վերլուծությունը:
8. Ֆրեդհոլմի այլընտրանքն ընդհանուր դեպքում:  
Գրականություն՝ [56], րև. IV, § 1, § 2, с. 159–188:

*7. Շտուրմ–Լիուվիլի եզրային խնդրի սեփական արժեքների սահմայտոտիկան*

1. Ասիմպտոտիկ բանաձևերը ողորկ գործակցի դեպքում ([44], գլ. I, § 3; [40], րև. I, § 2):
2. Ուսումնասիրել

$$\mu_n(q, \alpha, \beta) = [n + \delta_n(\alpha, \beta)]^2 + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi q(t) dt + r_n$$

ասիմպտոտիկ բանաձևը, որտեղ

$$\delta_n(\alpha, \beta) = \frac{1}{\pi} \left[ \arccos \frac{\cos \alpha}{\sqrt{(n + \delta_n)^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}} - \arccos \frac{\cos \beta}{\sqrt{(n + \delta_n)^2 \sin^2 \beta + \cos^2 \beta}} \right],$$

իսկ  $r_n = r_n(q, \alpha, \beta) = o(1)$  հավասարաչափ ըստ  $\alpha, \beta \in [0, \pi]$  և  $q \in L^1_{\mathbb{R}}(0, \pi)$ -ի սահմանափակ ենթաբազմությունների վրա ([7]):

3. Ուսումնասիրել  $r_n = o(1)$  մնացորդային անդամի ավելի ճշգրիտ գնահատականներ ([44]; [39]):

*8. Շտուրմի համեմատության և օսցիլյացիայի թեորեմները*

1. Ուսումնասիրել նշված թեորեմները  $q \in C[a, b]$  դեպքում:
2. Ձևակերպել և ապացուցել համեմատության թեորեմը  $q \in L^1_{\mathbb{R}}(a, b)$  դեպքում (ինքնուրույն):

3. Ձևակերպել և ապացուցել օսցիլյացիայի թեորեմը  $q \in L^1_{\mathbb{R}}(a, b)$  դեպքում:  
 Գրականություն՝ [1], գլ. IV, § 1, էջ 146–153; [60], գլ. VI, § 2, Բ, 3, Բ. 250–256; [67], գլ. XI, § 3, Բ. 393–397; [76]:

*9. Շտուրմ–Լիուվիլի օպերատորների ընտանիքի սեփական արժեքների ֆունկցիան (ՄԱՖ)*

1. Սեփական արժեքների կախվածությունը եզրային պայմաններից:
2. ՄԱՖ անալիտիկությունը և մոնոտոնությունը:
3. ՄԱՖ ուրիշ հատկությունները:  
 Գրականություն՝ [11]:

*10. Շտուրմ–Լիուվիլի իզոսպեկտրալ օպերատորների ընտանիքի նկարագրումը*

1. Նկարագրումը  $(\alpha, \beta) \in (0, \pi) \times (0, \pi)$  դեպքում:
2. Նկարագրումը  $(\alpha, \beta) \in (0, \pi] \times [0, \pi)$  դեպքում (ինքնուրույն):  
 Գրականություն՝ [72], [73]:

*11. Վ. Համբարձումյանի միակության թեորեմը Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրում և նրա նմանակը, ապացուցված Տրուբովիցի կողմից*

1. Վ. Համբարձումյանի թեորեմի ապացույցը:
2. Տրուբովիցի թեորեմի ապացույցը:  
 Գրականություն՝ [39]; [73]:

*12. Մարչենկոյի միակության թեորեմը Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրում*

1. Ձևափոխության օպերատորների գոյությունը և հատկությունները:
2. Միակության թեորեմի ապացույցը ձևափոխության օպերատորների միջոցով:

3. Մարչենկոյի թեորեմի ապացույցը ուրիշ եղանակով:  
Գրականություն՝ [43]; [44], գլ. I, § 2; [74]:

*13. Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրի կոնստրուկտիվ լուծումը (սպեկտրալ ֆունկցիայի միջոցով) վերջավոր միջակայքի դեպքում*

1.  $\sin \alpha \neq 0, \sin \beta \neq 0$  դեպքը:
2.  $\sin \alpha = 0, \sin \beta \neq 0$  և  $\sin \alpha \neq 0, \sin \beta = 0$  դեպքերը:
3.  $\sin \alpha = \sin \beta = 0$  դեպքը:  
Գրականություն՝ [23]:

*14. Շտուրմ–Լիուվիլի եզրային խնդրի դեպքում նորմավորող հաստատունների ներկայացումը երկու սպեկտրի միջոցով*

1. Լևիտանի արդյունքը  $\sin \alpha \neq 0, \sin \beta \neq 0$  դեպքում:
2. Ներկայացումը  $\sin \alpha = 0$  կամ  $\sin \beta = 0$  դեպքերում:
3. Զույգ պոտենցիալի դեպքը:  
Գրականություն՝ [11]; [39]:

*15. Միակության թեորեմներ հակադարձ խնդրում (Շտուրմ–Լիուվիլի օպերատորի համար)*

1. Երկու սպեկտրով միակության թեորեմը:
2. Սպեկտրալ ֆունկցիայով միակության թեորեմը:
3. Տրուբովիցի միակության թեորեմը:
4. Ուրիշ սպեկտրալ տվյալներով միակության թեորեմներ և այդ թեորեմների համարժեքությունը:  
Գրականություն՝ [13]; [43]; [72]:



*16. Դիրակի կանոնական համակարգի համար եզրային խնդրի սեփական արժեքների գրադիենտը*

1. Մեփական արժեքի ածանցյալներն ըստ  $p(x)$  և  $q(x)$  գործակիցների:
2. Մեփական արժեքի ածանցյալներն ըստ եզրային պայմաններում մասնակցող  $\alpha$  և  $\beta$  պարամետրերի:  
Գրականություն՝ [12]:

*17. Դիրակի կանոնական համակարգի լուծումների հատկությունները*

1. Լուծումների գոյությունը (լուկալ հանրագումարելի գործակիցների դեպքում) և անալիտիկ կախվածությունը սպեկտրալ պարամետրից և սկզբնական արժեքներից:
2. Լուծումների ասիմպտոտիկ վարքը, երբ  $\lambda$  սպեկտրալ պարամետրը ձգտում է անվերջի ( $|\lambda| \rightarrow \infty$ ):  
Գրականություն՝ [8]:

*18. Դիրակի կանոնական համակարգի համար ձևափոխության օպերատորներ*

1. Ձևափոխության օպերատորների գոյությունը և կորիզների «ողորկությունը» լուկալ հանրագումարելի գործակիցների դեպքում:
2. Կորիզների համար գնահատականներ լուկալ  $L^1$ -ից և լուկալ  $L^2$ -ից գործակիցների դեպքում:
3. Կորիզ մատրիցների «կառուցվածքը» և այլ հատկությունները: Ողորկ գործակիցների դեպքը:  
Գրականություն՝ [44], [45]:

*19. Եզրային խնդիր Դիրակի կանոնական համակարգի համար*

1. Եզրային խնդրի սեփական արժեքների գոյությունը:
2. Սեփական արժեքների ասիմպտոտիկան լոկալ հանրագումարելի գործակիցների դեպքում:
3. Սեփական արժեքների ասիմպտոտիկան ողորկ գործակիցների դեպքում:  
Գրականություն՝ [12]; [40], գլ. VII:

*20. Անհամասեռ եզրային խնդիրը Դիրակի կանոնական համակարգի համար*

1. Գրինի ֆունկցիայի կառուցումը և նրա հատկությունները:
2. Խնդրի լուծումը Գրինի ֆունկցիայի միջոցով:
3. Գրինի ֆունկցիայի վերլուծությունն ըստ սեփական ֆունկցիաների:  
Գրականություն՝ [40], գլ. VII:

*21. Վերլուծություն ըստ սեփական ֆունկցիաների*

1. Միմետրիկ օպերատորի որոշման տիրույթին պատկանող ֆունկցիայի վերլուծությունը:
2.  $L^2((a, b), \mathbb{C}^2)$  դասի վեկտոր-ֆունկցիայի վերլուծությունը:
3. Սեփական ֆունկցիաների լրիվությունը  $L^2((a, b), \mathbb{C}^2)$ -ում և Պարսևալի հավասարությունը:  
Գրականություն՝ [40], գլ. VII; [44]:

*22. Միակության թեորեմներ հակադարձ խնդրում (Դիրակի կանոնական համակարգի համար)*

1. Մարչենկոյի թեորեմի նմանակի ապացույցը:
2. Տրուբովիցի թեորեմի նմանակի ապացույցը:
3. Այլ միակության թեորեմներ:  
Գրականություն՝ [43]; [72]; [74]:

23. Դիֆուզիայի իզոտրոպիկ օպերատորների ընտանիքի նկարագրումը

1. Մեկ նորմավորող հաստատունի փոփոխությունը:
2. Վերջավոր թվով նորմավորող հաստատունների փոփոխությունը:
3. Անվերջ թվով նորմավորող հաստատունների փոփոխությունը:  
Գրականություն՝ [9]:

24. Անալիտիկ գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգեր

1. Մասնակի ածանցյալներով հավասարումների համակարգերի համար Կոշու խնդրի դրվածքը: Կովալսկայայի թեորեմի ձևակերպումը:
2. Կովալսկայայի թեորեմի միակության պնդման ապացույցը:
3. Մաժորանտ ֆունկցիաներ:
4. Կովալսկայայի թեորեմի գոյության պնդման ապացույցը:  
Գրականություն՝ [46], րև. I, § 1, c. 10–29; [50], րև. I, § 2, c. 22–38:

25. Սկզբնական և եզրային խնդիրներ հիպերբոլական տիպի հավասարումների համար

1. Գտնել անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որպեսզի

$$L(u) = a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y = 0$$

հաստատուն գործակիցներով հավասարման համար ( $\delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22} > 0$ ) գոյություն ունենան ֆունկցիոնալ-ինվարիանտ լուծումներ ( $u(x, y)$  ֆունկցիան կոչվում է ֆունկցիոնալ-ինվարիանտ լուծում, եթե  $F(u)$ -ն հանդիսանում է հավասարման լուծում կամայական  $F$ -ի համար) և գտնել հավասարման ընդհանուր լուծումը:

2. Յույց տալ, որ եթե տեղի ունի  $a_{11}b_2^2 - 2a_{12}b_1b_2 + a_{22}b_1^2 + 4\delta c = 0$  պայմանը, ապա  $L(u) + cu = 0$  հավասարման ընդհանուր լուծումը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$u(x, y) = e^{\frac{kx+my}{2\delta}} (\psi_1(\alpha_1 x - y) + \psi_2(\alpha_2 x - y)),$$

որտեղ  $\psi_1$ -ը և  $\psi_2$ -ը կամայական ֆունկցիաներ են,  $k = a_{22}b_1 - a_{12}b_2$ ,  $m = a_{11}b_2 - a_{12}b_1$ , իսկ  $\alpha_1$ -ը և  $\alpha_2$ -ը  $a_{11}\alpha^2 - 2a_{12}\alpha + a_{22} = 0$  քառակուսի հավասարման արմատներն են: Յույց տալ, որ եթե խնդրի պայմանը տեղի չունի, ապա հավասարումը կրերովի  $v_{\xi\eta} = c_1v$  տեսքին, որտեղ  $\xi = \alpha_1x - y$ ,  $\eta = \alpha_2x - y$ ,  $c_1 = (16\delta^2)^{-1}((\alpha_1b_1 - b_2)(\alpha_2b_1 - b_2) + 4a_{11}c\delta)$ : Յույց տալ, որ  $v_{xy} = cv$  հավասարման ընդհանուր լուծումը ( $c = const$ ) ունի հետևյալ տեսքը.

$$v(x, y) = \int_0^x \psi_1(t) J_0(2i\sqrt{y(x-t)}) dt + \int_0^y \psi_2(t) J_0(2i\sqrt{x(y-t)}) dt + v(0, 0) J_0(2i\sqrt{xy}),$$

որտեղ  $\psi_1(t)$ -ն և  $\psi_2(t)$ -ն կամայական ֆունկցիաներ են:

3. Յույց տալ, որ

$$E(\alpha, \beta) = u_{xy} - \frac{\beta}{x-y} u_x + \frac{\alpha}{x-y} u_y = 0 \quad (0 < \alpha, \beta < 1, \alpha + \beta \neq 1)$$

հավասարման ընդհանուր լուծումն ունի հետևյալ տեսքը.

$$u(x, y) = (y-x)^{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \varphi[x + (y-x)t] t^{-\alpha} (1-t)^{-\beta} dt + \int_0^1 \psi[x + (y-x)t] t^{\beta-1} (1-t)^{\alpha-1} dt,$$

որտեղ  $\varphi(t)$ -ն և  $\psi(t)$ -ն կամայական ֆունկցիաներ են:

4. Գտնել  $u_{xy} - \frac{\beta}{x-y} u_x + \frac{\alpha}{x-y} u_y = 0$  հավասարման ընդհանուր լուծումը, երբ

$$\text{ա) } -m < \beta < -\frac{2m-1}{2}, \quad -n < \alpha < -\frac{2n-1}{2}, \quad m, n \in \mathbb{N},$$

$$\text{բ) } -\frac{2m+1}{2} < \beta < -m, \quad -\frac{2n+1}{2} < \alpha < -n, \quad m, n \in \mathbb{N}:$$

5. Գտնել  $u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + cu$  և  $u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + cu$  հավասարումների այն սինգուլյար լուծումները, որոնք դառնում են անվերջություն բնութագրիչ կոնի մակերևույթի վրա:
6. Գտնել  $y^m u_{xx} - u_{yy} + ay^{m/2-1} u_x = 0$  ( $a = \text{const}$ ,  $y \geq 0$ ,  $m \geq 2$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $u_y(x, 0) = \nu(x)$  պայմաններին:
7. Ցույց տալ, որ  $y^2 u_{xx} + y u_{yy} - 1/2 u_y = 0$  հավասարման համար, երբ  $y < 0$ ,  $0 < x < 1$ .  
 ա) Կոշու  $u(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $u_y(x, 0) = \psi(x)$  խնդիրը կոռեկտ չէ,  
 բ) Կոշու  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{-1/2} u_y(x, y) = \nu(x)$  կշռային խնդիրն ունի լուծում:
8. Գտնել  $u_{xx} - y u_{yy} - 1/2 u_y = 0$  ( $y > 0$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $\lim_{y \rightarrow +0} y^{1/2} u_y(x, y) = \nu(x)$  պայմաններին:
9. Ցույց տալ, որ  $u_{xx} + y u_{yy} + 1/2 u_y = 0$  ( $y < 0$ ) հավասարումն ունի միակ լուծում, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $u_y(x, 0)$ -ն սահմանափակ է:
10. Գտնել  $y^m u_{xx} - u_{yy} + ay^{m-1} u_y = 0$  ( $a = \text{const}$ ,  $0 < m < 2$ ,  $y > 0$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $y^\alpha u_y(x, y)|_{y=0} = \nu(x)$ :
11. Գտնել  $u_{xx} - y^m u_{yy} + p / y u_y = 0$  ( $m > 0$ ,  $0 \leq p < 1$ ,  $y > 0$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $\lim_{y \rightarrow 0} y^p u_y(x, y) = \nu(x)$ :
12. Գտնել  $u_{xx} - u_{yy} - 2a / y u_y - b^2 u = 0$  ( $0 < 2a < 1$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.  $u(x, 0) = \tau(x)$ ,  $y^{2a} u_y(x, y)|_{y=0} = \nu(x)$ :

13. Գտնել  $t^m u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + m/2 t^{m-1} u_t = 0$  ( $1 \leq m < 2$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.  
 $u(x, y, 0) = \varphi_0(x, y)$ ,  $\lim_{t \rightarrow 0} t^{m/2} u_t(x, y, t) = \varphi_1(x, y)$ :

14. Դիցուք  $D$ -ն տիրույթ է, որը սահմանափակված է  $x$ -երի առանցքի  $AB$  հատվածով և

$$y^m u_{xx} - u_{yy} + m/2 y^{m/2-1} u_x = 0 \quad (y > 0, m > 0) \quad (1)$$

հավասարման  $AC: x - \frac{2}{m+2} y^{\frac{m+2}{2}} = 0$  ու  $BC: x + \frac{2}{m+2} y^{\frac{m+2}{2}} = 1$

բնութագրիչներով: Գտնել  $\overline{D}$  տիրույթում (1) հավասարման այն լուծումը, որն անընդհատ է  $\overline{D}$  փակ տիրույթում և բավարարում է  $u|_{AC} = \psi(x)$  ( $0 \leq x \leq 1/2$ ),  $u_y(x, 0) = v(x)$  ( $0 < x < 1$ ) եզրային պայմաններին, որտեղ  $\psi(x)$ -ը և  $v(x)$ -ը տրված ֆունկցիաներ են (Կոշի-Գուրսայի խնդիր):

15. Ցույց տալ, որ (1) հավասարման համար Կոշի-Գուրսայի

$$u|_{BC} = \psi(x) \quad (0 \leq x \leq 1/2), \quad u_y(x, 0) = v(x) \quad (0 < x < 1)$$

անհամասեռ խնդիրն համապատասխան համասեռ խնդիրն ունի անվերջ քանակությամբ գծորեն անկախ լուծումներ, իսկ անհամասեռ խնդիրը լուծելի է այն և միայն այն դեպքում, երբ

$$x^{\frac{m}{m+2}} \psi'(x/2) = 2(m+2) x^{-\frac{m}{m+2}} v(x):$$

16. Գտնել  $u_{xx} - u_{tt} = 0$  հավասարման լուծումը և նրա տարածման տիրույթը հետևյալ տվյալներով.

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u[x, \tau(x)] = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \varphi(0) = \psi(0),$$

որտեղ  $t = \tau(x)$  ֆունկցիան երկու անգամ անընդհատ դիֆերենցելի է և բավարարում է  $0 < \tau'(x) < 1$  պայմանին:

17. Կառուցել  $u_{xx} - u_{tt} + \lambda u = 0$  հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, x) = u(x, -x) = 0$  պայմաններին:

18. Գտնել  $u_t = -\rho a v_x$ ,  $v_t = -a/\rho u_x$  համակարգի այն լուծումը, որը բավարարում է սկզբնական  $u(x, 0) = 0$ ,  $v(x, 0) = 0$  ( $0 \leq x \leq l$ ) և եզրային  $u(0, t) = 0$ ,  $v(0, t) = \alpha(t)(1 + \beta u) - 1$  ( $t \geq 0$ ) պայմաններին,

որտեղ  $\alpha$ -ն,  $\beta$ -ն և  $\rho$ -ն հաստատուններ են, իսկ  $\alpha(t)$ -ն տրված ֆունկցիա է:

19. Գտնել  $u_{tt} = (x^\alpha u_x)_x$  ( $\alpha > 0$ ) հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, 0) = \varphi_0(x)$ ,  $u_t(x, 0) = \varphi_1(x)$  սկզբնական պայմաններին և հետևյալ եզրային պայմաններից որևէ մեկին.
  - ա)  $u(0, t) = u(a, t) = 0$ , երբ  $\alpha < 1$ ,
  - բ)  $u(0, t)$ -ն սահմանափակ է,  $u(a, t) = 0$ , երբ  $1 \leq \alpha < 2$ ,
  - գ)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha u_x(x, t) = 0$ ,  $u(a, t) = 0$ , երբ  $0 < \alpha < 1$ :

Գրականություն՝ [16], задачи 353, 364, 391, 392, 395; [59], задачи 28, 29, 35, 38, 42, 52–56, 59, 69, 70, 85, 116:

## 26. Ռիմանի ֆունկցիա

1. Ցույց տալ, որ  $u_{xx} - u_{tt} = 0$  հավասարման համար, գրված  $\xi = x + t$ ,  $\eta = x - t$  բնութագրիչ փոփոխականներով, Ռիմանի  $R(\xi, \eta; \xi_1, \eta_1)$  ֆունկցիան նույնաբար հավասար է մեկի:
2. Ռիմանի ֆունկցիայի միջոցով գրել  $u_{xx} - u_{tt} = 0$  հավասարման համար Կոշու և Գուրսայի խնդիրների լուծումները:
3. Անմիջական ստուգումով համոզվել, որ  $u_{xx} - u_{tt} + \lambda u = 0$  հավասարման համար, գրված բնութագրիչ փոփոխականներով, Ռիմանի ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը.

$$R(\xi, \eta; \xi_1, \eta_1) = J_0(\mu \sqrt{(\xi - \xi_1)(\eta - \eta_1)}),$$

որտեղ  $\mu^2 = -\lambda$ :

4. Ռիմանի ֆունկցիայի միջոցով գտնել  $u_{xx} - u_{tt} + \lambda u = 0$  հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.
  - ա)  $u(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $u_t(x, 0) = \psi(x)$ ,
  - բ)  $u(x, x) = \varphi(x)$ ,  $u(x, -x) = \psi(x)$ ,  $0 \leq x < \infty$ ,  $\varphi(0) = \psi(0)$ :

Գրականություն՝ [16], задачи 359–363; [61], гл. II, § 5, с. 128–139:

27. Պարաբոլական և էլիպսական տիպի հավասարումներ

1. Յույց տալ, որ  $u_t = u_{xx}$  հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, 0) = 0$  ( $0 < x < l$ ) սկզբնական պայմանին և  $u(0, t) = P = \text{const}$ ,  $u(l, t) = 0$  ( $t > 0$ ) եզրային պայմաններին, կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$u(x, t) = \frac{P(l-x)}{2l} + \frac{P}{2\pi i} \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau} \left[ \frac{\sin(x-l)\sqrt{i\tau}}{\sin l\sqrt{i\tau}} e^{-i\tau} - \frac{\sin(x-l)\sqrt{-i\tau}}{\sin l\sqrt{-i\tau}} e^{i\tau} \right] d\tau :$$

2. Գտնել  $u_t + uu_x = a^2 u_{xx}$  հավասարման այն լուծումը, որը բավարարում է  $u(x, 0) = f(x)$  ( $0 \leq x \leq l$ ) սկզբնական պայմանին և  $u(0, t) = u(l, t) = 0$  ( $t > 0$ ) եզրային պայմաններին:
3. Գտնել  $\Delta u + k^2 u = 0$  հավասարման սինգուլյար լուծումները, որտեղ  $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$ :
4. Գտնել  $y > 0$  կիսահարթության համար  $u_y(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $-\infty < x < \infty$  եզրային պայմանով Նեյմանի խնդրի լուծումը:
5. Յույց տալ, որ

$$u(x, y) = -\frac{1}{\pi} \int_S \log \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2} g(\xi, \eta) ds + C$$

ֆունկցիան հանդիսանում է  $x^2 + y^2 < R^2$  շրջանում Նեյմանի խնդրի լուծումը  $\left. \frac{\partial u(x, y)}{\partial \nu} \right|_S = g(x, y)$  եզրային պայմանով, որտեղ  $S$ -ը  $x^2 + y^2 = R^2$  շրջանագիծն է, իսկ  $g$  ֆունկցիան բավարարում է  $\int_S g(\xi, \eta) ds = 0$  պայմանին:

Գրականություն՝ [16], задачи 191, 216; [59], задачи 166, 167, 171:



28. Պոտենցիալների տեսություն

1. Պարզել ծավալային  $u(x) = \int_D E(x, y) \mu(y) d\tau_y$  պոտենցիալի վարքը,

$$\text{երբ } |x| \rightarrow \infty, \quad \text{որտեղ } E(x, y) = \begin{cases} |x - y|^{2-n}, & n > 3, \\ -\log|x - y|, & n = 2, \end{cases}$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_n):$$

2. Ցույց տալ, որ ճիշտ է

$$\int_S \frac{\partial E(x, y)}{\partial v_x} ds_x = \begin{cases} -\omega_n, & y \in G, \\ -\omega_n / 2, & y \in S, \\ 0, & y \notin G \cup S, \end{cases}$$

բանաձևը, որտեղ  $G$ -ն  $\mathbb{R}^n$ -ի սահմանափակ տիրույթ է՝ ողորկ  $S = \partial G$  եզրով:

3. Ցույց տալ, որ ճիշտ է Գաուսի

$$\int_S \frac{\partial u(x)}{\partial v_x} ds_x = -\omega_n \int_{D \cap G} \mu(y) d\tau_y, \quad \omega_n = \frac{2}{\Gamma(n/2)} \pi^{\frac{n}{2}}$$

բանաձևը, որտեղ  $u(x)$ -ը  $\mu(x)$  խտությամբ ծավալային պոտենցիալն է՝ բաշխված  $D \subset \mathbb{R}^n$  տիրույթով,  $G$ -ն  $\mathbb{R}^n$ -ի կամայական տիրույթ է՝  $S$  ողորկ եզրով, իսկ  $\omega_n$ -ը  $\mathbb{R}^n$ -ի միավոր գնդի մակերևույթի մակերեսն է:

4. Հաշվել  $I = \int_{x_1^2 + x_2^2 < 1} \frac{\partial u(x)}{\partial v_x} ds_x$  ինտեգրալը, որտեղ  $u(x)$ -ը

$\mu(x) = x_1 x_2$  խտությամբ ծավալային պոտենցիալն է՝ բաշխված  $-1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1$  տիրույթով:

5. Պարզել պարզ և կրկնակի շերտերի պոտենցիալների վարքը, երբ  $|x| \rightarrow \infty$ :

Գրականություն՝ [16], задачи 196, 201, 202, 212, 213:

29. Հանկելյան օպերատորներ և հանկելյան մատրիցներ

1. Դիցուք  $A$  հանկելյան օպերատորը գործում է հետևյալ բանաձևով.

$$(Af)(x) = \int_0^{+\infty} \Gamma(x+t)f(t)dt \quad (\Gamma \in L^1(0, +\infty)):$$

Ցույց տալ, որ`

ա)  $A: L^p(0, +\infty) \rightarrow L^p(0, +\infty)$ ,  $p \geq 1$ ,

բ)  $A$ -ն սահմանափակ օպերատոր է  $L^p(0, +\infty)$ -ում,

գ)  $A$ -ն կոմպակտ օպերատոր է  $L^p(0, +\infty)$ -ում:

2. Դիցուք  $A$  հանկելյան մատրիցն ունի  $A = \{\gamma_{m+n-1}\}_{m,n=1}^{\infty}$  տեսքը, որտեղ  $\{\gamma_k\}_{k=1}^{\infty} \in l_1$ , իսկ այդ մատրիցով ծնված օպերատորը գործում է հետևյալ բանաձևով.

$$(Ax)_n = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{m+n-1}x_m, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots), \quad n \in \mathbb{N}:$$

Ցույց տալ, որ`

ա)  $A: l_p \rightarrow l_p$ ,  $p \geq 1$ ,

բ)  $A$ -ն սահմանափակ օպերատոր է  $l_p$ -ում,

գ)  $A$ -ն կոմպակտ օպերատոր է  $l_p$ -ում:

Գրականություն` [2]; [3]:

30. Բեսելի և Լագերի ֆունկցիաներ

1. Ցույց տալ, որ

$$J_{\mu}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{\mu+2k}}{2^{\mu+2k} \Gamma(k+1)\Gamma(\mu+k+1)}$$

ֆունկցիան հանդիսանում է

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \mu^2)y = 0, \quad \mu = const$$

Բեսելի հավասարման լուծում:

2. Յույց տալ, որ  $J_0(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\cos tx}{\sqrt{1-t^2}} dt$ :

3. Յույց տալ, որ  $n > -1$  դեպքում՝  
ա) եթե  $J_n(\alpha) = J_n(\beta) = 0$ , ապա

$$\int_0^1 x J_n(\alpha x) J_n(\beta x) dx = 0 \quad (\alpha \neq \beta),$$

$$\int_0^1 x J_n^2(\alpha x) dx = \frac{1}{2} J_{n+1}^2(\alpha),$$

բ) եթե  $J_{n+1}(\alpha) = 0$ , ապա  $\int_0^1 x J_n^2(\alpha x) dx = 1/2 J_{n+1}^2(\alpha)$ ,

գ)  $J_n(x) = 0$  հավասարման արմատներն իրական են:

4. Յույց տալ, որ  $u_n(r, \varphi) = I_n(\mu r) \cos n\varphi$ ,  $v_n(r, \varphi) = I_n(\mu r) \sin n\varphi$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) ֆունկցիաները, որտեղ  $I_n(x) = i^{-n} J_n(ix)$  Բեսելի ֆունկցիան է կեղծ արգումենտով, բավարարում են  $u_{xx} + u_{yy} - \mu^2 u = 0$  հավասարմանը ( $x^2 + y^2 = r^2$ ,  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ):

5. Յույց տալ, որ  $L_n(x) = \frac{1}{n!} e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) ֆունկցիաները բավարարում են Լագերի  $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$  հավասարմանը:

6. Յույց տալ, որ  $\int_0^\infty e^{-x} L_n(x) L_m(x) dx = 0$  ( $n \neq m$ ):

Գրականություն՝ [16], задачи 528, 531–533, 540, 542; [20], гл. IV, § 23, с. 355–368, [61], Дополн. II, ч. I, § 1, § 2, с. 632–645, ч. III, § 2, с. 706–710:

### 31. Կոտորակային ածանցում և ինտեգրում

1. Կոտորակային ածանցումը և ինտեգրումը վերջավոր միջակայքում:
2. Կոտորակային ածանցումը և ինտեգրումը անվերջ միջակայքում:

3. Կոտորակային ածանցման և ինտեգրման գործողությունների կապը:
4. Կոշու խնդիրը կոտորակային ածանցյալներով սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համար:
5. Եզրային խնդիր կոտորակային ածանցյալներով սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համար:  
Գրականություն՝ [58], ԴԼ. 1, § 1, § 2, Ե. 20–56, ԴԼ. 8, § 42, Ե. 596–614:

## II. Ֆունկցիոնալ անալիզ

### *32. Մետրիկական, նորմավորված և սկալյար արտադրյալով տարածությունների լրիվացումներ*

1. Մետրիկական տարածության լրիվացում, լրիվացման թեորեմը:
2. Նորմավորված և սկալյար արտադրյալով տարածությունների լրիվացումներ:
3. Օրինակներ:  
Գրականություն՝ [32], ԴԼ. 1, § 10, Ը. 86–90; [33], ԴԼ. I, § 4, Ը. 4.3, Ը. 36–38, ԴԼ. IV, § 1, Ը. 1.4, Ը. 122–123, § 5, Ը. 5.1, Ը. 159–160; [36]; ԴԼ. II, § 3, Ը. 4, Ը. 71–74, ԴԼ. III, § 4, Ը. 6, Ը. 157, [41], ԴԼ. I, § 6, Ը. 3, Ը. 35–40:

### *33. Թեորեմներ և օրինակներ փակ գնդերի վերաբերյալ*

1. Մետրիկական տարածությունում ներդրված գնդերի մասին ուղիղ և հակադարձ թեորեմները:
2. Բերել լրիվ մետրիկական տարածությունում ներդրված փակ գնդերի հաջորդականության օրինակ, որն ունի դատարկ հատում:
3. Ապացուցել, որ նորմավորված տարածությունում ներդրված, փակ և զրոյի չձգտող շառավիղերով գնդերի ցանկացած հաջորդականություն ունի ոչ դատարկ հատում:
4. Ապացուցել, որ բանախյան տարածությունում ներդրված փակ գնդերի ցանկացած հաջորդականություն ունի ոչ դատարկ հատում:  
Գրականություն՝ [41], ԴԼ. I, § 7, Ը. 1, Ը. 40–41; [42], Ը. 1, задачи 3.5–3.7; [63], задачи 2.23, 2.24, 2.26, 2.27, 6.10:

### *34. Սեղմող արտապատկերումների սկզբունքը*

1. Բանախի թեորեմը սեղմող արտապատկերման անշարժ կետի գոյության վերաբերյալ:
2. Բերել ոչ լրիվ մետրիկական տարածությունում գործող սեղմող օպերատորի օրինակ, որն անշարժ կետ չունի:

3. Ապացուցել, որ եթե լրիվ մետրիկական տարածությունում գործող օպերատորի ինչ-որ աստիճան սեղմող է, ապա այդ օպերատորն ունի միակ անշարժ կետ:
4. Թեորեմներ հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծելիության վերաբերյալ:
5. Թեորեմներ Ֆրեդհոլմի և Վոլտերայի ինտեգրալ հավասարումների լուծելիության վերաբերյալ:
6. Մովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի համար Կոշու խնդրի լուծման գոյության և միակության թեորեմը:
7. Բերել լրիվ մետրիկական տարածությունում գործող  $A$  օպերատորի օրինակ, որն  $x \neq y$  դեպքում բավարարում է  $\rho(Ax, Ay) < \rho(x, y)$  պայմանին և չունի անշարժ կետ:
8. Ապացուցել, որ եթե կոմպակտ մետրիկական տարածությունում գործող  $A$  օպերատորն  $x \neq y$  դեպքում բավարարում է  $\rho(Ax, Ay) < \rho(x, y)$  պայմանին, ապա այն ունի միակ անշարժ կետ:
9. Ապացուցել, որ եթե  $K$  կոմպակտ մետրիկական տարածությունում գործող  $A$  օպերատորը բավարարում է  $\rho(Ax, Ay) \geq \rho(x, y)$  պայմանին, ապա  $A$  օպերատորն իզոմետրիկ է և սյուրեկտիվ: Բերել օրինակ, որ ոչ կոմպակտ  $K$  տարածությունում նշված պնդումը սխալ է:  
Գրականություն՝ [36], ԴԼ. II, § 4, Ը. 74–83; [41], ԴԼ. I, § 7, Ը. 2.3, Ը. 42–46; [42], Ը. 1, ԶԴԿԻ 3.1, 3.2, 3.4:

### 35. Հանրահաշվական բազիսի գաղափարը

1. Գծորեն անկախ վեկտորների շարունակությունը մինչև բազիս:
2. Բազիսների հավասարագործությունը: Տարածության չափողականություն:
3. Ենթատարածության լրացում: Ենթատարածության կոչափ:
4. Յույց տալ, որ ցանկացած անվերջ չափանի նորմավորված տարածության դեպքում գոյություն ունի այդ տարածության վրա որոշված անսահմանափակ զծային ֆունկցիոնալ:

5. Կառուցել  $X$  նորմավորված,  $Y$  բանախյան տարածություններ և  $A: X \rightarrow Y$  սահմանափակ բիեկտիվ գծային օպերատոր՝ այնպիսին, որ  $A^{-1}$ -ը սահմանափակ չէ:  
Գրականություն՝ [29]; [42], Վ. 1, задачи 3.10, 3.14, 3.49; [54], гл. II, §§ 5–8, с. 48–62:

*36. Ֆունկցիոնալ անալիզի հիմնական սկզբունքները տոպոլոգիական վեկտորական տարածություններում*

1. Տոպոլոգիական վեկտորական տարածության սահմանումը և որոշ հատկությունները:
2. Լոկալ կոմպակտության մասին թեորեմը:
3.  $F$ -տարածություններ:
4. Բանախ-Շտեյնհաուսի թեորեմը:
5. Բաց արտապատկերման սկզբունքը:  
Գրականություն՝ [28], Կ. I, гл. II, § 1, § 2, с. 61–71; [33], гл. III, §§ 1–3, с. 88–118; [57], гл. 1, 2, с. 13–66:

*37. Ուռուցիկ բազմություններ և ֆունկցիոնալներ*

1. Մինկովսկու ֆունկցիոնալը և նրա որոշ հատկություններ:
2. Նորմավորված տարածության փակ, սահմանափակ և ներքին կետ ունեցող ուռուցիկ ենթաբազմությունների համեմատաբանությունները:
3. Կոլմոգորովի թեորեմը տոպոլոգիական վեկտորական տարածության նորմավորման վերաբերյալ:
4. Ապացուցել, որ եթե նորմավորված տարածությունում  $A$  բաց (փակ) բազմությունը բավարարում է  $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A \subset A$  պայմանին, ապա այն ուռուցիկ է:  
Գրականություն՝ [28], Կ. I, гл. V, § 1, п. 1–8, с. 443–446; [33], гл. II, § 3, с. 79–82, гл. IV, § 1, п. 1.1, с. 120; [57], гл. 1, п. 1.33–1.39, с. 33–38:

*38. Թեորեմներ ուռուցիկ բազմությունների անջատման վերաբերյալ*

1. Բազմության  $C$ -ներքին կետի գաղափարը: Ուռուցիկ բազմության  $C$ -ներքին կետերի և Մինկովսկու ֆունկցիոնալի կապը:
2. Անջատելիության հիմնական թեորեմը:
3. Անջատելիության հիմնական թեորեմի որոշ ճշգրտումներ:  
Գրականություն՝ [4], ԴԼ. I, § 1.3, Բ. 1.3.3, Ը. 53, Բ. 1.3.4, Ը. 57–58; [28], Դ. I, ԴԼ. V, § 1, § 2, Ը. 443–453; [57], ԴԼ. 3, Բ. 3.4–3.7, Ը. 70–73:

*39. Թեորեմներ անշարժ կետի վերաբերյալ*

1. Բրաուերի թեորեմը գնդի համար:
2. Բրաուերի թեորեմի ընդհանուր ձևակերպումը:
3. Կակուտանիի օրինակը:
4. Շաուդերի թեորեմը:
5. Շաուդերի թեորեմի կիրառություններ:
6. Կակուտանիի թեորեմը:  
Գրականություն՝ [14], ԴԼ. V, § 65, § 66, Ը. 200–210; [28], Դ. I, ԴԼ. V, § 10, Ը. 490–495, § 12, Ը. 505–508; [33], ԴԼ. XVI, §§ 2–5, Ը. 613–645; [37], ԴԼ. 2, § 28, Բ. 1–3, Ը. 314–322; [41], ԴԼ. V, § 3, Ը. 190–195:

*40. Լրացվող ենթատարածություններ*

1. Բանախյան տարածության ենթատարածությունների ուղիղ գումարը:
2. Ենթատարածության ուղիղ լրացում:
3. Սահմանափակ օպերատորի միակողմանի հակադարձելիություն:  
Գրականություն՝ [25], ԴԼ. II, §§ 1–5, Ը. 45–64; [57], ԴԼ. 1, Բ. 1.42, Ը. 41, ԿՊՐ 20, Ը. 50, ԴԼ. 4, Բ. 4.20, 4.21, Ը. 120–121, ԴԼ. 5, Բ. 5.15–5.20, Ը. 150–156:

*41. Կոմպակտության հայտանիշեր որոշ բանախյան տարածություններում*

1. Արցելայի ընդհանրացված թեորեմը:



2. Կոլմոգորովի թեորեմը  $L^p$  տարածությունում բազմության հարաբերական կոմպակտության մասին:
3. Ռիսի թեորեմը  $L^p$  տարածությունում բազմության հարաբերական կոմպակտության մասին:
4. Գելֆանդի թեորեմը բանախյան տարածությունում բազմության հարաբերական կոմպակտության մասին:
5. Հարաբերական կոմպակտության հայտանիշ  $L^p$  տարածությունում:
6. Հարաբերական կոմպակտության հայտանիշ բազիսով բանախյան տարածությունում:  
Գրականություն՝ [28], տ. 1 րլ. IV, § 8, с. 309–332; [33], րլ. IX, § 1, с. 312–319; [41], րլ. II, § 2, п. 2–4, с. 70–77, րլ. III, § 7, п. 1, с. 127–130, п. 3, 4, с. 131–133:

*42. Համալուծ տարածության նկարագրման հարցը*

1. Կոմպլեքս չափեր: Լրիվ վարիացիա:
2. Ռադոն–Նիկոդիմի թեորեմը:
3.  $L^p$  տարածությունների համալուծների նկարագրությունը:
4.  $C(K)$  տարածության համալուծի նկարագրությունը:  
Գրականություն՝ [28], տ. I, րլ. IV, § 6, с. 283–305, § 8, с. 309–332; [33], րլ. VI, §§ 1–3, с. 245–263; [75], ch. 2, sec. 2.12–2.18, p. 39–49, ch. 6, sec. 6.1–6.19, p. 116–132:

*43. Վերջավոր չափանի տարածությունների և մատրիցների նորմերի մասին*

1. Բացարձակ վեկտորական նորմեր:
2. Վերջավոր չափանի տարածությունների ռեֆլեքսիվությունը:
3. Վերջավոր չափանի տարածության և նրա համալուծի նորմերի կապը:
4. Ինդուկցված մատրիցային նորմեր:  
Գրականություն՝ [28], տ. I, րլ. IV, § 2, примеры 1–3, с. 259–260, § 3, с. 265–269, § 13, упражнение 1, с. 367; [38], րլ. 6, с. 185–204:

*44. Իզոմետրիկ օպերատորներ*

1. Իզոմետրիկ օպերատորներ նորմավորված տարածություններում, դրանց գծայնությունը:
2. Իզոմետրիկ օպերատորներ հիլբերտյան տարածություններում: Ունիտար օպերատորներ:
3. Բոխների թեորեմը  $L^2(a, b)$  տարածության ունիտար օպերատորների ընդհանուր տեսքի վերաբերյալ: Պլանշերելի թեորեմը: Գրականություն՝ [14], ԴԼ. III, Բ. 40–42, Ը. 113–119; [15], ԴԼ. XI, § 3, Ը. 169–171; [56], ԴԼ. VII, § 3, Ը. 312–316:

*45. Նորմավորված տարածության չափողականությունը*

1. Նորմավորված տարածության չափողականության սահմանումը:
2. Հիլբերտյան տարածության չափողականությունը:
3. Հիլբերտյան տարածությունների իզոմետրիկորեն իզոմորֆության անհրաժեշտ և բավարար պայմանը:  
Գրականություն՝ [28], Դ. I, ԴԼ. IV, § 4, Ը. 269–279, Դ. II, Приложение, Ը. 938–949; [52]:

*46. Լոկալ ուռուցիկ տարածություններում բազմության թույլ և ուժեղ սահմանափակությունների համարժեքությունը*

1. Տոպոլոգիական վեկտորական տարածության գաղափարը և որոշ հատկությունները:
2. Մինկովսկու ֆունկցիոնալը և նրա հիմնական հատկությունները:
3.  $F$ -տարածություններ:
4. Անջատելիության թեորեմներ:
5. Թույլ և ուժեղ սահմանափակությունների համարժեքությունը:  
Գրականություն՝ [28], Դ. I, ԴԼ. II, § 1, Բ. 1–9, Ը. 61–64, § 3, Բ. 20, Ը. 78–79, ԴԼ. V, § 1, Ը. 443–447; [33], ԴԼ. III, §§ 1–3, Ը. 88–118; ԴԼ. VIII, § 1, § 2, Ը. 281–287:

*47. Թույլ կոմպակտությունը բանախյան տարածություններում*

1. Տոպոլոգիական տարածությունների դեկարտյան արտադրյալը: Տիխոնովի թեորեմը:
2. Տոպոլոգիական վեկտորական տարածության գադափարը և որոշ հատկությունները:
3. Հան–Բանախի թեորեմի որոշ հետևանքներ:
4. Թույլ տոպոլոգիաներ, դրանց հիմնական հատկությունները:
5. Թույլ կոմպակտությունը և ռեֆլեքսիվությունը:
6. Թույլ տոպոլոգիաների մետրիզացումը: Անսահմանափակ բազմություններ:
7. Էբերլեյն–Շմուլյանի թեորեմը:  
Գրականություն՝ [28], տ. I, ԲԼ. I, § 7, § 8, Կ. 38–45, ԲԼ. II, § 1, Կ. 1–9, Կ. 61–64, § 3, Կ. 16–30, Կ. 77–83, ԲԼ. V, §§ 1–6, Կ. 443–472; [33], ԲԼ. III, §§ 1–3, Կ. 88–118:

*48. Մոմենտների պրոբլեմը*

1.  $C[a, b]$  տարածության համալուծի նկարագրումը:
2. Մոմենտների պրոբլեմի լուծման անհրաժեշտ և բավարար պայմանը  $C_{\mathbb{R}}[a, b]$ -ի ֆունկցիաների համար:
3. Մոմենտների եռանկյունաչափական պրոբլեմը:
4. Ֆեյեր–Ռիսի թեորեմը:
5. Մոմենտների եռանկյունաչափական պրոբլեմի լուծման անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ:
6. Մոմենտների եռանկյունաչափական պրոբլեմի լուծման միակությունը:  
Գրականություն՝ [14], ԲԼ. VI, Կ. 68, Կ. 214–217; [36], ԲԼ. VI, § 6, Կ. 6, Կ. 369–372; [56], ԲԼ. III, § 1, Կ. 50–53, Կ. 120–134:

*49. Միմետրիկ և ինքնահամալուծ օպերատորներ*

1. Հիլբերտյան տարածությունում գործող գծային օպերատորի համալուծը (հերմիտյան համալուծ):

2. Կոմպակտ ինքնահամալուծ օպերատորների համար սպեկտրալ թեորեմը:
3. Հիլբերտ-Շմիդտի ինտեգրալ օպերատորի կոմպակտությունը:
4. Հիլբերտ-Շմիդտի թեորեմը:
5. Մերսերի թեորեմը:  
Գրականություն՝ [36], ԴՄ. IV, § 5, Բ. 6, Ը. 232–234, § 6, Բ. 4, 5, Ը. 245–250; [56], ԴՄ. V, § 1, Բ. 84, Ը. 216–219, ԴՄ. VI, § 1, § 2, Ը. 245–265; [57], ԴՄ. 12, Բ. 12.1–12.15, Ը. 329–337:

*50. Կիսասահմանափակ օպերատորի ընդլայնումը*

1. Կիսասահմանափակ սիմետրիկ օպերատորներ:
2. Դրական որոշյալ օպերատորի ընդլայնումը ստորին եզրի պահպանմամբ (Ֆրիդրիխսի ընդլայնում):
3. Ֆրիդրիխսի ընդլայնման կիրառությունը դիֆերենցիալ հավասարումների տեսությունում:  
Գրականություն՝ [28], Դ. II, ԴՄ. XII, § 5, Ը. 407–410; [47], ԴՄ. 4, 5, Ը. 59–113; [56], ԴՄ. V, § 1, Բ. 84, Ը. 216–219, ԴՄ. VIII, § 1, Բ. 115, Ը. 320–322, § 2, Բ. 122, Ը. 344, Բ. 124, Ը. 350–357:

*51. Նորմալորված տարածություններում գործող դիֆերենցելի արտապատկերումներ*

1. Դիֆերենցելիություն ըստ Գատոյի, Ֆրեշեի, ուժեղ դիֆերենցելիություն:
2. Միջին արժեքի թեորեմը:
3. Հակադարձ արտապատկերման գոյության մասին թեորեմը:
4. Բարձր կարգի դիֆերենցիալներ: Թեյլորի բանաձևը:
5. Մասնակի ածանցյալներ: Թեորեմ անբացահայտ ֆունկցիայի վերաբերյալ:
6. Շոշափող բազմաձևություն: Լյուստերնիկի թեորեմը:  
Գրականություն՝ [4], ԴՄ. II; § 2.2, § 2.3, Ը. 136–174; [33], ԴՄ. XVII, §§ 1–4, Ը. 646–678; [41], ԴՄ. VI, § 1, § 2, Ը. 196–207, § 3, Բ. 1, Ը. 207–210, §§ 4–6, Ը. 213–227; [57], ԴՄ. 10, Բ. 10.34, Ը. 278–279, Բ. 10.39, Ը. 283–285:

*52. Բանախյան տարածությունից արժեքներ ընդունող թվային փոփոխականի ֆունկցիաների դիֆերենցումը և ինտեգրումը*

1. Դիֆերենցելիություն:
2. Աստիճանային շարքեր, Աբելի թեորեմը:
3. Անալիտիկ ֆունկցիաներ, Թեյլորի շարքը:
4. Անընդհատ ֆունկցիայի Ռիմանի ինտեգրալի գոյությունը և նրա հատկությունները:
5. Մահմանափակ վարիացիայի ֆունկցիաներ, Ստիլտեսի ինտեգրալ:
6. Անիսկական և կորագիծ ինտեգրալներ:  
Գրականություն՝ [62], րև. 3, § 13; րև. 6, § 25:

*53. Մահմանափակ օպերատորների ֆունկցիոնալ հաշիվ*

1. Ռիսի պրոյեկտորը և նրա հատկությունները:
2. Անալիտիկ ֆունկցիաներ օպերատորից և նրանց հատկությունները:
3. Սպեկտրների արտապատկերման մասին թեորեմը:
4.  $AZ - ZB = C$  օպերատորական հավասարումը:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. I, §§ I.1–I.3, p. 5–16:

*54.  $AZ - ZB = C$  օպերատորական հավասարման մասին*

1. Գծային սահմանափակ օպերատորների ֆունկցիոնալ հաշվի տարրերը:
2. Մատրիցային դեպքի ուսումնասիրությունը:
3. Լուծման միակությունը և տեսքը  $A$  և  $B$  օպերատորների սպեկտրների անջատման դեպքում:
4. Լուծման միակությունը և տեսքը, երբ  $A$  և  $B$  օպերատորների սպեկտրները գտնվում են ձախ կիսահարթությունում:  
Գրականություն՝ [22], րև. VIII, §§ 1–3; [71], vol. I, ch. I, § I.4, p. 17–18:

55.  $y'(t) = Ay(t)$  հավասարման լուծման կայունությունը

1. Գծային սահմանափակ օպերատորների ֆունկցիոնալ հաշվի տարրերը:
2. Կոշու խնդիրը  $y'(t) = Ay(t)$  հավասարման համար ( $A$ -ն գծային սահմանափակ օպերատոր է):
3. Կայունության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ:
4. Տեղեկություններ  $AZ - ZB = C$  օպերատորական հավասարման մասին:
5. Լյապունովի թեորեմը:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. I, §§ I.4–I.6, p. 17–24:

56. Վերջավոր տիպի սեփական արժեքներ

1. Վերջավոր տիպի սեփական արժեքի սահմանումը և հիմնական հատկությունները:
2. Ժորդանյան շղթաներ:
3. Կոմպակտ օպերատորների սեփական արժեքները: Շուրի լեմման:  
Գրականություն՝ [24], բա. I, §§ 2–4, c. 23–36; [71], vol. I, ch. II, p. 25–35:

57. Մատրիցային տրոհում և օպերատորային համարժեքության որոշ հարցեր

1. Մատրիցային տրոհման սահմանումը և հիմնական հատկությունները:
2. Օրինակներ:
3. Օպերատորարժեք ֆունկցիաների համարժեքության մասին:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. III, § III.3, § III.4, p. 42–48:

58. Կոմպակտ օպերատորի սինգուլյար թվերը

1. Շմիդտի ներկայացումը:
2. Սինգուլյար թվերի որոշ հատկություններ:

3. Մինգուլյար թվերը և սեփական արժեքները:
4. Միջուկային օպերատորներ:
5. Հետք և դետերմինանտ:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. VI, VII, §§ VI.1– VII.7, p. 96–134:

*59. Հիլբերտ–Շմիդտի օպերատորներ*

1. Որոշ անհավասարություններ սինգուլյար թվերի համար:
2. Հիլբերտ–Շմիդտի օպերատորի համարժեք սահմանումները:
3. Հիլբերտ–Շմիդտի ինտեգրալային օպերատորներ:
4. Հիլբերտ–Շմիդտի օպերատորի կապը միջուկային օպերատորների հետ:
5. Լիդսկու թեորեմը լրիվության վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. VIII, p. 138–147:

*60. Կիսասեպարաբել կորիզով ինտեգրալ օպերատորներ*

1. Սահմանումը, հատկությունները և օրինակներ:
2. Թեորեմ հակադարձելիության մասին:
3. Սեփական արժեքները և դետերմինանտը:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. IX, p. 148–162:

*61. Ֆրեդհոլմյան օպերատորներ*

1. Սահմանումը և օրինակներ:
2. Ֆրեդհոլմյան օպերատորների արտադրյալը:
3. Գրգռման թեորեմներ:
4. Կալկինի հանրահաշիվ:
5. Ընդհանրացված հակադարձ:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. XI, §§ XI.1– XI.6, p. 184–193:

*62. Վիներ–Հոպֆի ինտեգրալ օպերատորներ*

1. Փաթեթային օպերատորներ:
2. Ֆուրյեի ձևափոխությունը  $L^2(\mathbb{R})$ -ում:

3. Վիներ–Հոպֆի օպերատորը և նրա սիմվոլը:
4. Վիներ–Հոպֆի ինտեգրալային օպերատորի ինդեքսի գաղափարը:
5. Ֆունկցիայի ֆակտորիզացիան ուղղի վրա և Վիներ–Հոպֆի ինտեգրալ հավասարման լուծելիությունը:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. XII, p. 215–231:

*63. Ռացիոնալ սիմվոլով Վիներ–Հոպֆի ինտեգրալ օպերատորներ*

1. Սկալյար դեպքը:
2. Վիներ–Հոպֆի ֆակտորիզացիան մատրիցային դեպքում:
3. Հակադարձելիությունը և ֆրեդհոլմյան բնութագրիչները:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. XIII, §§ XIII.1– XIII.3, p. 232–243:

*64. Անսահմանափակ ֆրեդհոլմյան օպերատորներ*

1. Փակ օպերատորներ:
2. Գրաֆիկի նորմավորումը:
3. Ֆրեդհոլմյան օպերատորը և էական սպեկտրը:
4. Թեորեմ արտադրյալի մասին:
5. Գրգռման թեորեմներ:  
Գրականություն՝ [71], vol. I, ch. XIV, § XIV.1, § XIV.2, p. 288–295, ch. XVII, § XVII.1, p. 369–370:

*65. Տյոպլիցյան օպերատորների դասեր*

1. Բլոկային Լորանի օպերատորներ:
2. Բլոկային տյոպլիցյան օպերատորներ:
3. Ֆրեդհոլմյան օպերատորը և էական սպեկտրը:
4. Ռացիոնալ սիմվոլով տյոպլիցյան օպերատորներ: Հակադարձելիությունը և ֆրեդհոլմյան ինդեքսը:  
Գրականություն՝ [65], задачи 193, 194, 195, 196; [71], vol. II, ch. XXIII, p. 561–577, ch. XXIV, §§ XXIV.1–XXIV.3, p. 583–588:



*66. Մասնակի իզոմետրիկ օպերատորներ*

1. Յույց տալ, որ սահմանափակ գծային  $V$  օպերատորը իզոմետրիկ է այն և միայն այն դեպքում երբ  $VV^*$ -ը պրոեկտոր է:
2. Յույց տալ, որ բոլոր ոչ զրոյական մասնակի իզոմետրիկ օպերատորների բազմությունը օպերատորային տոպոլոգիայում փակ է, բայց կապակցված չէ:
3. Յույց տալ, որ միակողմանի հակադարձ ունեցող օպերատորներն ամենուրեք խիտ են  $BL(H)$ -ում, իսկ  $(BL(H))^{-1}$ -ը՝ ոչ:  
Գրականություն՝ [57], гл. 12, п. 12.32–12.38, с. 352–358; [65], задачи 98, 99, 100, 109, 110:

*67. Միակողմանի տեղաշարժի օպերատորներ*

1. Յույց տալ, որ միակողմանի տեղաշարժի օպերատորը չի կարելի ներկայացնել վերջավոր թվով նորմալ օպերատորների արտադրյալի տեսքով:
2. Յույց տալ, որ միակողմանի տեղաշարժի օպերատորի հեռավորությունը նորմալ օպերատորների բազմությունից հավասար է 1-ի:
3. Յույց տալ, որ միակողմանի տեղաշարժի օպերատորը չունի քառակուսի արմատ:  
Գրականություն՝ [65], задачи 113, 114, 115:

*68. Սուբնորմալ տարրեր բանախյան հանրահազվում*

1. Սուբնորմալ օպերատորների համար ֆոն Նեյմանի-Ֆուլբերգի թեորեմը:
2. Սուբնորմալ օպերատորի մինիմալ նորմալ ընդլայնման հատկությունները, թեորեմ անցքերի վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [57], гл. 12, п. 12.7–12.16, с. 332–338; [65], задачи 152, 153, 155, 157, 158:

*69. Ստուն –Վայերշտրասի ընդհանրացված թեորեմը*

1. Գազաթնային բազմություն, Գլիկաբերգի թեորեմը գազաթնային բազմության վերաբերյալ:
2. Դե Բրանժի թեորեմը գազաթնային չափերի վերաբերյալ:
3. Բիշոպ–Շիլովի թեորեմն անտիսիմետրիկ տրոհման վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [21], գլ. II, § 12, с. 81–89; [57], գլ. 5, п. 5.6–5.10, с. 137–143, упражнение 3, с. 157:

*70. Բանախյան հանրահաշիվներ*

1. Բանախյան հանրահաշիվ, օրիակներ, հակադարձելի տարրերի խումբ, նրա հատկությունները, կոմպլեքս հոմոմորֆիզմներ:
2. Կախան–Գլխտնի թեորեմը կոմպլեքս հոմոմորֆիզմների վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [57], գլ. 10, п. 10.1–10.9, с. 255–263:

*71. Բանախյան հանրահաշվի տարրի սպեկտրը*

1. Տարրի ռեզոլվենտային բազմությունը, սպեկտրը, ռեզոլվենտի անալիտիկությունը, Գելֆանդ–Մազուրի թեորեմը:
2. Սպեկտրալ շառավիղ, Գելֆանդի բանաձևը, Լև–Պաժի թեորեմը:
3. Կակուտանիի օրինակը:  
Գրականություն՝ [17], գլ. I, Упражнения, § 2, задачи 20, 21(a–c), с. 101; [57], գլ. 10, п. 10.10–10.14, с. 263–265:

*72. Բանախյան հանրահաշվի ընդլայնումը*

1. Զրոյի տոպոլոգիական բաժանարար, ժառանգական սինգուլյար տարր, օրինակ:
2. Թեորեմ ընդլայնմանն անցնելիս տարրի սպեկտրի փոփոխության վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [17], գլ. I, Упражнения, § 2, задача 11, с. 99; [57], գլ. 10, п. 10.15–10.20, с. 266–268:

*73. Բանախյան հանրահաշվի տարրի հանրահաշվական թվային պատկերը*

1. Օպերատորի թվային պատկերը, Տյուպլից–Հաուսդորֆի և Բենդեկտն–Խիրշի թեորեմները:
2. Բանախյան հանրահաշվի էլեմենտի թվային պատկերը: Ապացուցել, որ  $A$  բանախյան հանրահաշվի  $a$  էլեմենտի  $V(a) = \{\varphi(a): \varphi(a) \in St(A)\}$  թվային պատկերի համար ճիշտ է  $V(a) = \bigcap_{z \in \mathbb{C}} D(z, \|ze - a\|)$  հավասարությունը (որտեղ  $D(z, \|ze - a\|) = \{\xi \in \mathbb{C}: |\xi - z| \leq \|ez - a\|\}$ ):
3. Ցույց տալ, որ  $\sigma(a) \subset V(a)$ :
4. Ապացուցել, որ  $T \in BL(H)$  օպերատորի համար  $V(T) = \overline{W(T)}$ , որտեղ  $W(T)$ -ն  $T$  օպերատորի թվային պատկերն է:  
Գրականություն՝ [27], րլ. I, задачи 17, 18, 19, 20, с. 93; [65], задачи 166, 168, 169, 171:

*74. Ֆունկցիոնալ հաշիվ բանախյան հանրահաշիվներում*

1.  $A$ -արժեքանի ֆունկցիաների ինտեգրումը:
2.  $H(\Omega)$  և  $\tilde{H}(\Omega_A)$  հանրահաշիվների իզոմորֆությունը:
3. Մպեկտրների արտապատկերման և համադրույթի վերաբերյալ թեորեմները:  
Գրականություն՝ [27], րլ. I, § 1, § 2, с. 18–35; [57], րլ. 10, п. 10.21–10.33, с. 268–278:

*75. Բնվոյուցաներ բանախյան հանրահաշիվում*

1. Բնվոյուցիա և նրա հիմնական հատկությունները, օրինակներ: Հերմիտյան և նորմալ տարրեր:
2. Բերել խզվող ինվոյուցիայի օրինակներ:
3. Բնվոյուցիայի անընդհատության համարժեք պայմաններ:  
Գրականություն՝ [17], րլ. I, § 6, с. 70–87; [49], րլ. II, § 10, с. 219–227:

*76. Կոմուտատիվ հանրահաշիվներ*

1. Կոմուտատիվ բանախյան հանրահաշվի մաքսիմալ իդեալ: Մաքսիմալ իդեալների տարածություն:
2. Գելֆանդի ձևափոխություն:
3. Գելֆանդի տեսությունը կոմուտատիվ բանախյան հանրահաշիվների համար, Վինների թեորեմը:  
Գրականություն՝ [49], գլ. III, § 11, պ. 1–7, с. 228–244; [57], գլ. 11, պ. 11.1–11.13, с. 295–309, упражнения 2, 3, 4, 15, 16, с. 324–327:

*77. Կոմուտատիվ  $B^*$ -հանրահաշիվներ*

1. Կոմուտատիվ  $B^*$ -հանրահաշիվներ, Գելֆանդ-Նայմարկի կոմուտատիվ թեորեմը:
2. Կիրառություններ ոչ կոմուտատիվ բանախյան հանրահաշիվներում:  
Գրականություն՝ [17], գլ. I, § 6, с. 70–87; [57], գլ. 11, պ. 11.13–11.29, с. 303–319:

*78. Միավորի վերլուծություն*

1. Միավորի վերլուծության սահմանումը և նրա հիմնական հատկությունները:
2. Թեորեմ  $L^\infty(E)$  հանրահաշվի և  $BL(H)$  հանրահաշվի նորմալ ենթահանրահաշվի իզոմորֆության վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [57], գլ. 12, պ. 12.17–12.21, с. 338–343:

*79. Սահմանափակ նորմալ օպերատորների համար սպեկտրալ թեորեմը*

1. Նորմալ օպերատորների համար սպեկտրալ թեորեմը Գելֆանդի տեսությունից ելնելով:
2. Ֆունկցիոնալ հաշիվ նորմալ օպերատորների համար:  
Գրականություն՝ [57], գլ. 12, պ. 12.22–12.32, с. 343–353:

*80. Դրական ֆունկցիոնալներ*

1. Դրական ֆունկցիոնալ և նրա հիմնական հատկությունները:
2. Բոխների թեորեմը և թեորեմ գազաթնային կետերի վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [57], գլ. 11, պ. 11.30–11.33, с. 319–324, упражнение 14, с. 326:

*81.  $B^*$ -հանրահաշիվների բնութագրումը*

1. Թեորեմ  $B^*$ -հանրահաշիվում դրական ֆունկցիոնալների վերաբերյալ, ներկայացման գաղափարը:
2. Գելֆանդ-Նայմարկի ոչ կոմուտատիվ թեորեմը  $B^*$ -հանրահաշիվների վերաբերյալ:  
Գրականություն՝ [57], գլ. 12, պ. 12.39–12.41, с. 359–363:

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ղազարյան Հ. Գ., Հովհաննիսյան Ա. Հ., Հարությունյան Տ. Ն., Կարապետյան Գ.Ա. Սովորական դիֆերենցիալ հավասարումներ: – Երևան, 2002.
2. Адамян В. М., Аров Д. З., Крейн М. Г. Бесконечные ганкелевы матрицы и обобщенные задачи Каратеодори–Феера и Шура. –Функциональный анализ и его приложения, т. 2, вып. 4, 1968, 1–17.
3. Адамян В. М., Аров Д. З., Крейн М. Г. Бесконечные блочно-ганкелевы матрицы и связанные с ними проблемы продолжения. – Известия АН Арм. ССР, сер. матем., т.VI, N2, 1968, 181–206.
4. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979.
5. Антонец А. Б., Радыно Я. В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. – Минск: БГУ, 2003.
6. Антонец А. Б., Радыно Я. В. и др. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Лабор. практикум. – Минск: БГУ, 2003.
7. Арутюнян Т. Н. Асимптотика собственных значений задачи Штурма–Лиувилля. – Конфер. посвящ. к 100-летию академика А. Шагиняна, Ереван, 2006, с. 36.
8. Арутюнян Т. Н., Задача Коши для канонической системы Дирака. – Уч. зап. Арцахского гос. университета, т. 8, № 1 (2004), с. 10–14.
9. Арутюнян Т. Н. Изоспектральные операторы Дирака. – Изв. НАН Армении, серия матем., т. 29, № 2 (1994), с. ?–?.

10. Арутюнян Т. Н. К обратной задаче для канонической системы Дирака. – Изв. НАН Армении, серия матем., т. 41, № 1 (2006), с. 5–14.
11. Арутюнян Т. Н. Функция собственных значений семейства операторов Штурма–Лиувилля (рукопись).
12. Арутюнян Т. Н., Азизян Э. О. О собственных значениях краевой задачи для канонической системы Дирака. – Математика в Высшей Школе, т. 2, № 4 (2006), с. 45–54.
13. Арутюнян Т. Н., Нерсисян В. В., Теорема единственности в обратной задаче Штурма–Лиувилля. – Изв. НАН Армении, серия матем., т. 39, № 6 (2004), с. 29–38.
14. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве (т. I). – Харьков, 1977.
15. Банах С. Теория линейных операций. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
16. Бицадзе А. В., Калиниченко Д. Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1977.
17. Бурбаки Н. Спектральная теория. – М.: Мир, 1972.
18. Вайнберг М. М. Функциональный анализ. – М.: Просвещение, 1979.
19. Виленкин Н. Я., Горин Е. А. и др. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1964.
20. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981.
21. Гамелин Т. Равномерные алгебры. – М.: Мир, 1973.
22. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М.: Физматлит, 2004.
23. Гельфанд И. М., Левитан Б. М. Об определении дифференциального уравнения по его спектральной функции. – Известия АН СССР, сер. матем., т. 15, No 4 (1951), с. 309–360.

24. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1965.
25. Гохберг И. Ц., Крупник Н. Я. Введение в теорию одномерных сингулярных интегральных операторов. – Кишинев: Штиинца, 1973.
26. Гуревич В., Волмэн Г. Теория размерности. – М.: ИЛ, 1948.
27. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1970.
28. Данфорд Н., Шварц Дж. Т.  
I. Линейные операторы. Общая теория. – М.: ИЛ, 1962.  
II. Линейные операторы. Спектральная теория. – М.: Мир, 1966.  
III. Линейные операторы. Спектральные операторы. – М.: Мир, 1974.
29. Дэй М. М. Нормированные линейные пространства. – М.: ИЛ, 1961.
30. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967.
31. Жиков В. В. Об обратных задачах Штурма–Лиувилля на конечном интервале. – Изв. АН СССР, № 31 (1967), с. 965–976.
32. Иосида К. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1967.
33. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984.
34. Кириллов А. А., Гвишиани А. Д. Теоремы и задачи функционального анализа. – М.: Наука, 1979.
35. Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ИЛ, 1958.
36. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.



37. Куратовский К. Топология (т. I). – М.: Мир, 1966.
38. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука, 1973.
39. Левитан Б. М., Гасымов М. Г. Определение дифференциального уравнения по двум спектрам. – УМН, том 19, 1964, с. 1–63.
40. Левитан Б. М., Саргсян И. С. Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. – М.: Наука, 1988.
41. Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа. – М.: Высшая школа, 1982.
42. Мартиросян Р. М. Дополнительные главы математического анализа. Элементы функционального анализа в задачах. – Ереван: Изд-во Ереванск. ун-та, (часть 1, 1980; часть 2, 1983).
43. Марченко В. А. Некоторые вопросы теории одномерных линейных дифференциальных операторов второго порядка, I. – Труды ММО, том I, 1952, с. 327–420.
44. Марченко В. А. Операторы Штурма–Лиувилля и их приложения. – Киев: Наукова Думка, 1977.
45. Мелик–Адамян Ф. Э. О канонических дифференциальных операторах в гильбертовом пространстве. – Изв. АН Арм. ССР, серия матем., т. 12, № 1 (1977), с. 10–30.
46. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1983.
47. Михлин С. Г. Линейные уравнения в частных производных. – М.: Высшая школа, 1977.
48. Михлин С. Г. Курс математической физики. – М.: Наука, 1968.
49. Наймарк М. А. Нормированные кольца (изд. 2-е). – М.: Наука, 1968.
50. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Физматлит, 1984.

51. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1984.
52. Плеснер А. И. Спектральная теория линейных операторов. – М.: Наука, 1965.
53. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1982.
54. Райков Д. А. Векторные пространства. – М.: Физматлит, 1962.
55. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики (т. 1). Функциональный анализ. – М.: Мир, 1977.
56. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979.
57. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975.
58. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987.
59. Смирнов М. М. Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1975.
60. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1966.
61. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.
62. Треногин В. А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980.
63. Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Наука, 1984.
64. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. – М.: ИЛ, 1962.
65. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. – М.: Мир, 1970.
66. Харди Г. Г., Литтлвуд Дж. Е., Полиа Г. Неравенства. – М.: Изд. Ин. Лит., 1948.

67. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970.
68. Хачатрян И. Г. Исследование по функциональному анализу в линейных пространствах с операцией предела последовательности. – Ученые записки ЕГУ, № 2 (2002), с. 3–43.
69. Хачатрян И. Г. Пространства с операцией предела. – Ереван: Изд-во Ереванск. ун-та, 1999.
70. Эдвардс Р. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1969.
71. Gohberg I., Goldberg S., Kaashoek M. A. Classes of Linear Operators. Vol. I, II. – Basel, Boston, Berlin, Birkhäuser, 1990.
72. Isaacson E. L., Trubowitz E. The inverse Sturm–Liouville problem, I. – Com. Pure and Appl. Math., vol. 3, p. 767–783, 1983.
73. Isaacson E. L., McKean H. P., Trubowitz E. The inverse Sturm–Liouville problem, II. – Com. Pure and Appl. Math., vol. 37, p. 1–11, 1984.
74. McLaughlin J. R. Analytical methods for recovering coefficients in differential equations from spectral data. – SIAM Review, vol. 28, № 1 (1986), p. 53–72.
75. Rudin W. Real And Complex Analysis. – New York: McGraw–Hill, 1987.
76. Simon B. Sturm Oscillation and Comparison Theorems. – Sturm–Liouville Theory; Past and Present, Birkhäuser, 2005, p. 29–49.

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԱԽԱԲԱՆ.....	3
<b>I. Սովորական և մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարումներ.....</b>	<b>4</b>
1. Նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման գոյությունը.....	4
2. Նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման միակությունը.....	4
3. Անընդհատ աջ մասով նորմալ համակարգերի համար Կոշու խնդրի լուծման միակության խախտումը.....	4
4. Դիֆերենցիալ հավասարման եզակի կետերի դասակարգումը... ..	5
5. Նորմալ համակարգերի կայունությունը.....	5
6. Ֆրեդհոլմի ինտեգրալ հավասարումներ.....	5
7. Շտուրմ–Լիուվիլի եզրային խնդրի սեփական արժեքների ասիմպտոտիկան.....	6
8. Շտուրմի համեմատության և օսցիլյացիայի թեորեմները.....	6
9. Շտուրմ–Լիուվիլի օպերատորների ընտանիքի սեփական արժեքների ֆունկցիան (ՄԱՖ).....	7
10. Շտուրմ–Լիուվիլի իզոսպեկտրալ օպերատորների ընտանիքի նկարագրումը.....	7
11. Վ. Համբարձումյանի միակության թեորեմը Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրում և նրա նմանակը, սպացուցված Տրուբովիցի կողմից.....	7
12. Մարչենկոյի միակության թեորեմը Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրում.....	7
13. Շտուրմ–Լիուվիլի հակադարձ խնդրի կոնստրուկտիվ լուծումը (սպեկտրալ ֆունկցիայի միջոցով) վերջավոր միջակայքի դեպքում.....	8
14. Շտուրմ–Լիուվիլի եզրային խնդրի «նորմավորող հաստատունների» ներկայացումը երկու սպեկտրի միջոցով.....	8
15. Միակության թեորեմներ հակադարձ խնդրում (Շտուրմ–Լիուվիլի օպերատորի համար).....	8
16. Դիրակի կանոնական համակարգի համար եզրային խնդրի սեփական արժեքների գրադիենտը.....	9

17. Դիրակի կանոնական համակարգի լուծումների հատկությունները.....	9
18. Դիրակի կանոնական համակարգի համար ձևափոխության օպերատորներ .....	9
19. Եզրային խնդիր Դիրակի կանոնական համակարգի համար .....	10
20. Անհամասեռ եզրային խնդիրը Դիրակի կանոնական համակարգի համար.....	10
21. Վերլուծություն ըստ սեփական ֆունկցիաների.....	10
22. Միակության թեորեմներ հակադարձ խնդրում (Դիրակի կանոնական համակարգի համար).....	10
23. Դիրակի իզոսպեկտրալ օպերատորների ընտանիքի նկարագրումը.....	11
24. Անալիտիկ գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգեր .....	11
25. Սկզբնական և եզրային խնդիրներ հիպերբոլական տիպի հավասարումների համար.....	11
26. Ռիմանի ֆունկցիա .....	15
27. Պարաբոլական և էլիպտական տիպի հավասարումներ.....	16
28. Պոտենցիալների տեսություն.....	17
29. Հանկելյան օպերատորներ և հանկելյան մատրիցներ .....	18
30. Բեսելի և Լագերի ֆունկցիաներ .....	18
31. Կոտորակային ածանցում և ինտեգրում.....	19
<b>II. Ֆունկցիոնալ անալիզ</b> .....	<b>21</b>
32. Մետրիկական, նորմավորված և սկալյար արտադրյալով տարածությունների լրիվացումներ.....	21
33. Թեորեմներ և օրինակներ փակ գնդերի վերաբերյալ .....	21
34. Մեղմող արտապատկերումների սկզբունքը.....	21
35. Հանրահաշվական բազիսի գաղափարը .....	22
36. Ֆունկցիոնալ անալիզի հիմնական սկզբունքները տոպոլոգիական վեկտորական տարածություններում .....	23
37. Ուռուցիկ բազմություններ և ֆունկցիոնալներ .....	23
38. Թեորեմներ ուռուցիկ բազմությունների անջատման վերաբերյալ.....	24
39. Թեորեմներ անշարժ կետի վերաբերյալ .....	24
40. Լրացվող ենթատարածություններ.....	24

41. Կոմպակտության հայտանիշեր որոշ բանախյան տարածություններում.....	24
42. Համալուծ տարածության նկարագրման հարցը.....	25
43. Վերջավոր չափանի տարածությունների և մատրիցների նորմերի մասին.....	25
44. Բզումետրիկ օպերատորներ.....	26
45. Նորմավորված տարածության չափողականությունը.....	26
46. Լոկալ ուռուցիկ տարածություններում բազմության թույլ և ուժեղ սահմանափակությունների համարժեքությունը.....	26
47. Թույլ կոմպակտությունը բանախյան տարածություններում.....	27
48. Մոմենտների պրոբլեմը.....	27
49. Միմետրիկ և ինքնահամալուծ օպերատորներ.....	27
50. Կիսասահմանափակ օպերատորի ընդլայնումը.....	28
51. Նորմավորված տարածություններում գործող դիֆերենցելի արտապատկերումներ.....	28
52. Բանախյան տարածությունից արժեքներ ընդունող թվային փոփոխականի ֆունկցիաների դիֆերենցումը և ինտեգրումը.....	29
53. Սահմանափակ օպերատորների ֆունկցիոնալ հաշիվ.....	29
54. $AZ - ZB = C$ օպերատորական հավասարման մասին.....	29
55. $y'(t) = Ay(t)$ հավասարման լուծման կայունությունը.....	30
56. Վերջավոր տիպի սեփական արժեքներ.....	30
57. Մատրիցային տրոհում և օպերատորային համարժեքության որոշ հարցեր.....	30
58. Կոմպակտ օպերատորի սինգուլյար թվերը.....	30
59. Հիլբերտ-Շմիդտի օպերատորներ.....	31
60. Կիսասեպարաբել կորիզով ինտեգրալ օպերատորներ.....	31
61. Ֆրեդհոլմյան օպերատորներ.....	31
62. Վիներ-Հոպֆի ինտեգրալ օպերատորներ.....	31
63. Ռացիոնալ սիմվոլով Վիներ-Հոպֆի ինտեգրալ օպերատորներ.....	32
64. Անսահմանափակ ֆրեդհոլմյան օպերատորներ.....	32
65. Տյուպլիցյան օպերատորների դասեր.....	32
66. Մասնակի իզոմետրիկ օպերատորներ.....	33
67. Միակողմանի տեղաշարժի օպերատորներ.....	33
68. Մուբնոբմալ տարրեր բանախյան հանրահաշվում.....	33
69. Ստոուն -Վայերշտրասի ընդհանրացված թեորեմը.....	34

70. Բանախյան հանրահաշիվներ .....34

71. Բանախյան հանրահաշվի տարրի սպեկտրը .....34

72. Բանախյան հանրահաշվի ընդլայնումը .....34

73. Բանախյան հանրահաշվի տարրի հանրահաշվական թվային  
պատկերը.....35

74. Ֆունկցիոնալ հաշիվ բանախյան հանրահաշիվներում .....35

75. Ինվոլյուցաներ բանախյան հանրահաշվում.....35

76. Կոմուտատիվ հանրահաշիվներ .....36

77. Կոմուտատիվ  $B^*$  -հանրահաշիվներ.....36

78. Միավորի վերլուծություն.....36

79. Սպեկտրալ թեորեմ.....36

80. Դրական ֆունկցիոնալներ .....37

81.  $B^*$  -հանրահաշիվների բնութագրումը.....37

**ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ** .....38

ԱՍՍՏՐՅԱՆ ՀԱՅԿ ԱԼԲԵՐՏԻ  
ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ ԻՇԽԱՆ ԳՎԻԴՈՆԻ  
ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ ՄԱՐՏԻՆ ԻՍԱԿԻ  
ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ ՏԻԳՐԱՆ ՆԵՐՄԵՄԻ  
ՏԵՓՈՅԱՆ ԼԻՊԱՐԻՏ ՊԵՏՐՈՍԻ  
ՔԱՄԱԼՅԱՆ ԱՐՄԵՆ ՀՐԱԶԻԿԻ

ԿՈՒՐՄԱՅԻՆ ԵՎ ԱՎԱՐՏԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ  
ԹԵՄԱՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ  
«ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ»,  
«ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ» ԵՎ  
«ՖՈՒՆԿՑԻՈՆԱԼ ԱՆԱԼԻԶ» ԱՌԱՐԿԱՆԵՐԻՑ

Ստորագրված է տպագրության 11.07.2008 թ.:  
Չափսը՝ 60×84<sup>1/16</sup>: Թուղթը՝ օֆսեթ: Հրատ. 2.2 մամուլ,  
տպագր. 3.0 մամուլ= 2.8 պայմ. մամուլի:  
Տպաքանակ՝ 100: Պատվեր՝ 92:

ԵՊՀ հրատարակչություն Երևան, Ալ. Մանուկյան 1:

---

Երևանի պետական համալսարանի  
օպերատիվ պոլիգրաֆիայի ստորաբաժանում  
Երևան, Ալ. Մանուկյան 1: